

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f$  la función definida por  $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$  para  $x \neq 1$ .

- a) [1 punto] Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de  $f$ .
- b) [1'5 puntos] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) de  $f$ .

**Ejercicio 2.-** Sea  $f$  la función definida por  $f(x) = \frac{\ln(x)}{2x}$  para  $x > 0$  ( $\ln$  denota la función logaritmo neperiano) y sea  $F$  la primitiva de  $f$  tal que  $F(1) = 2$ .

- a) [0'5 puntos] Calcula  $F'(e)$ .
- b) [2 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $F$  en el punto de abscisa  $x = e$ .

**Ejercicio 3.-** Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} \alpha x + y + 3z = 4 \\ x + y - 2z = -2 \\ -x + 2y + (3 + \alpha)z = 4 + \alpha \end{cases}$$

- a) [1'25 puntos] Determina, si existen, los valores de  $\alpha$  para los que el sistema dado tiene solución única.
- b) [1'25 puntos] Determina, si existen, los valores de  $\alpha$  para los que el sistema dado tiene al menos dos soluciones. Halla todas las soluciones en dichos casos.

**Ejercicio 4.-** [2'5 puntos] Halla unas ecuaciones paramétricas para la recta  $r$ , que contiene al punto  $P(3, -5, 4)$  y corta perpendicularmente a la recta  $s \equiv \frac{x-4}{5} = \frac{y-8}{-3} = \frac{z}{4}$ .

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]** Queremos fabricar una caja con base cuadrada, de tal manera que la altura de la caja más el perímetro de la base sumen 60 cm. Determina sus dimensiones para que contenga el mayor volumen posible.

**Ejercicio 2.-** Sean  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  las funciones definidas por  $f(x) = \sqrt{2x}$  y  $g(x) = \frac{1}{2}x^2$ .

- a) [0'75 puntos] Halla los puntos de corte de las gráficas de  $f$  y  $g$ . Haz un esbozo del recinto que limitan.
- b) [1'75 puntos] Calcula el área de dicho recinto.

**Ejercicio 3.-** Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) [1 punto] Halla el determinante de una matriz  $X$  que verifique la igualdad  $X^2AX = B$ .
- b) [1'5 puntos] Determina, si existe, la matriz  $Y$  que verifica la igualdad  $A^2YB^{-1} = A$ .

**Ejercicio 4.-** Sea  $r$  la recta de ecuación  $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{4} = z$

- a) [1'5 puntos] Halla el punto de  $r$  que equidista del origen de coordenadas y del punto  $P(4, -2, 2)$ .
- b) [1 punto] Determina el punto de la recta  $r$  más próximo al origen de coordenadas.